Berechnung des Bohr-Radius

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>
Homepage: <www.SemiByte.de>

12.03.2007
Version: 1.3

Anziehungskraft zwischen Proton und Elektron (Coulomb'sches Gesetz):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \tag{1}$$

mit e = Elektronladung, r = Abstand und ε_0 = Dielektrizitätskonstante.

Fliehkraft:

$$F = \frac{m_e v^2}{r} \tag{2}$$

mit m_e = Masse des Elektrons und v = Geschwindigkeit.

Welle-Teilchen-Dualismus (Luis de Broglie):

$$\lambda = \frac{h}{mv} \tag{3}$$

mit h = Planck'sche Konstante.

Quantenbedingung:

$$n\lambda = 2\pi r \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_o &= 8,854187817 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \\
m_e &= 9,1093897 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \\
e &= 1,60217733 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As} \\
h &= 6.6260755 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}
\end{aligned}$$

Aus (1) und (2) folgt $v = v(r)$. Gemäß (3) kann v durch λ ersetzt werden:

$$r = r(\lambda) \tag{5}$$

Durch (4) wird λ durch r ersetzt, so daß:

$$r = r(\varepsilon_0, e, m, h, n) \tag{6}$$

Von der Vorstellung der Planetenbahn ausgehend, können die Kräfte gleichgesetzt werden:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m v^2} \tag{7}$$

Für v wird $h(m\lambda)^{-1}$ eingesetzt:

$$r = \frac{e^2 m^2 \lambda^2}{4\pi\varepsilon_0 m h^2} \tag{8}$$

$$r = \frac{e^2 \lambda^2 m}{4\pi\varepsilon_0 h^2} \tag{9}$$

Für λ läßt sich $2\pi r n^{-1}$ einsetzen:

$$r = \frac{4\pi^2 e^2 r^2 m}{4\pi\varepsilon_0 h^2 n^2} \tag{10}$$

und somit

$$r = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2} \tag{11}$$

In der Tat wird r nur noch von Naturkonstanten und der Laufzahl n bestimmt:

$$\begin{aligned} r_1 &= r(n=1) = 0,529177249 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m} \\ r_2 &= 4r_1 \\ r_3 &= 9r_1 \\ &\ldots \end{aligned}$$

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9		Bri	Dokumenterstellung
1.1	22.03.2003	Bri	Neusatz des Dokuments
1.2	24.05.2005	Bri	Adressänderungen aufgrund Domainwechsel
1.3	12.03.2007	Krä	Layoutänderung