

Winkelmessung

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@semibyte.de>
Homepage: <www.semibyte.de>

27.11.2010
Version 1.1

1 (Alt-)Grad-System

Das (Alt-)Grad-System ist zurückzuführen auf die Babylonier. Dabei ist ein Grad (1°) so gewählt, dass beim einmaligen Durchlauf einer Kreisbahn ein Winkel von 360° zurückgelegt wird. Zurückzuführen auf das Hexagesimalsystem der Babylonier (bei dem die Basis 60 ist) wird ein Grad in 60 Minuten und 1 Minute in 60 Sekunden aufgeteilt.

Demzufolge besitzt ein Vollwinkel

$$360^\circ = 21600' = 1296000''$$

mit $1^\circ = 60'$ und $1' = 60''$.

2 Neugrad-System

Das (Alt-)Grad-System ist in unserem Dezimalsystem umständlich zu berechnen. Daher hat man versucht, dieses System in eine für das Dezimalsystem einfachere Variante zu überführen. Dabei ist das Neugrad-System entstanden, wo der rechte Winkel von 90° im (Alt-)Grad-System 100 Neugrad beträgt. 1 Neugrad wird weiter unterteilt in 100 Neuminuten und 1 Neuminute in 100 Neusekunden.

Ein Vollwinkel ist demzufolge

$$\begin{aligned} 400 \text{ Neugrad} &= 40000 \text{ Neuminuten} \\ &= 4000000 \text{ Neusekunden} \end{aligned}$$

mit 1 Neugrad = 100 Neuminuten und
1 Neuminute = 100 Neusekunden.

3 Bogenmaß

Die rechte Gradeinteilung ist theoretisch überflüssig, da die Winkelmessung wenigstens prinzipiell auf die Messung von Längen zurückzuführen ist.

Wird die Länge eines Bogens, den die Scheitel eines Winkels aus einem Einheitskreis heraus schneiden, als Winkelmaß herangezogen, erhält man das Bogenmaß. Da alle Kreise um den Winkel α sich nur in einer zentrischen Streckung unterscheiden und somit ähnlich sind, bietet es sich an, diesen Wert selbst als Maß für den Winkel zu verwenden.

Das Bogenmaß $\text{arc}(\alpha)$ ¹ ergibt sich somit durch

$$\text{arc}(\alpha) := \frac{\text{Länge des herausgeschnittenen Bogens}}{\text{Radius}},$$

wobei das Bogenmaß keine Längeneinheit erhält und ein Kreis um den Scheitel von α mit beliebigen positiven Radius verwendet werden kann.

Die Einheit für das Bogenmaß ist 1 Radian (0rad). Dabei entspricht ein Vollwinkel von 360° im (Alt-)Grad System 2π rad, da der Umfang von einem Einheitskreis 2π ist.

¹ arc = lat: arcus (Bogen)

$$180^\circ = \pi \text{ rad} \qquad 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} \qquad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

4 Orientierte Winkel

Als Ergänzung zur Definition müssen noch die *orientierten Winkel* eingeführt werden, um direkt am Drehwinkel ablesen zu können, ob es sich um eine Links- oder Rechtsdrehung handelt. Winkel, die zu einer Linksdrehung gehören, werden (egal ob sie im Alt-/Neu-Grad System oder im Bogenmaß angegeben sind) mit positiven Vorzeichen angegeben – entsprechend werden Winkel bei einer Rechtsdrehung mit einem negativen Vorzeichen versehen. Ist die Orientierung der Drehung irrelevant, so ist der Winkel der Betrag des Winkelwertes.

In Zeichnungen wird die Drehrichtung mit einem Pfeil gekennzeichnet, bei Irrelevanz der Drehrichtung entfällt dieser Pfeil.

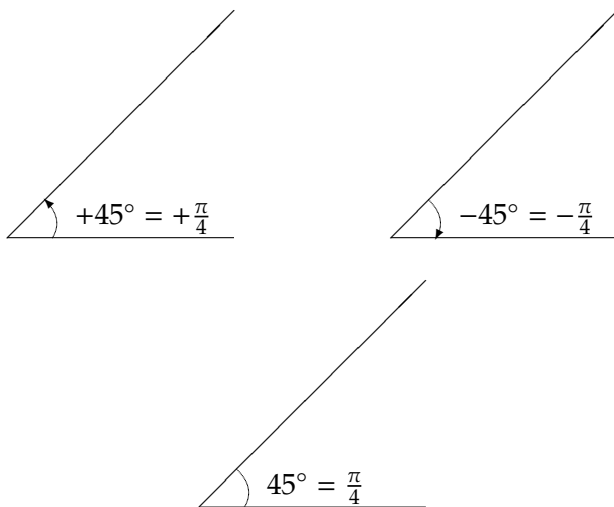


Abbildung 1: Kennzeichnung von Drehrichtungen des Winkels