

Regeln in der Differentialrechnung

Tobias Brinkert
eMail: <t.brinkert@semibyte.de>
Homepage: <www.semibyte.de>

19.10.2005
Version: 1.2

Produktregel

$$\begin{aligned}y &= uv && \Rightarrow y(x) = u(x)v(x) \\y' &= \frac{(u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv}{\Delta x} \\y' &= \frac{u\Delta v + v\Delta u + \Delta u\Delta v}{\Delta x} \\ \lim \left(\frac{u\Delta v + v\Delta v}{\Delta x} + \frac{\Delta u\Delta v}{\Delta x} \right) &= uv' + vu'\end{aligned}$$

$\Delta x \rightarrow 0$; $\Delta u \rightarrow 0$; $\Delta v \rightarrow 0$ (da die Werte alle gegen Null gehen, können sie weggelassen werden)

$$\begin{aligned}y &= x^2 = x \cdot x \\y' &= x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x \\y &= x^3 = x \cdot x^2 \\y' &= x \cdot 2x + 1x^2 = 3x^2\end{aligned}$$

$x^1 \rightarrow 1$; $x^2 \rightarrow 2x$; $x^3 \rightarrow 3x^2$ [Veränderung; allgemein $x^n \rightarrow nx^{n-1}$]

$$\begin{aligned}y &= uvw && uv \text{ wird zusammengefaßt zu } t \\y &= tw \\y' &= tw' + wt' \\y' &= uvw' + (u'v + uv')w \\y' &= uvw' + u'vw + uv'w\end{aligned}$$

Lösungen mit 3 Variablen durch zusammenfassen auf 2 Variablen und nacher wieder splitten.

Allgemeine Formel

$$\begin{aligned}y &= x^n = x_1 x_2 x_3 \dots x_n \\y' &= x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + x_3^{n-1} \dots x_n^{n-1} = nx^{n-1}\end{aligned}$$

Quotientenregel

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{u}{v} && \Rightarrow yv = u \\
 u' &= y'v + yv' \\
 y' &= \frac{u' - yv'}{v} \\
 y' &= \frac{u' - uv^{-1}v'}{v} && \left(y = \frac{u}{v} \text{ einsetzen} \right) \\
 y' &= \frac{u'v - uv'}{v^2}
 \end{aligned}$$

Schachtelregel

$$\begin{aligned}
 y &= (x^3 - 2x)^2 = x^6 - 4x^4 + 4x^2 \\
 y' &= 6x^5 - 16x^3 + 8x \\
 y &= f(g(x)) \\
 y' &= \frac{df}{dg} \frac{dg}{dx} \\
 y &= 2(x^3 - 3x)(3x^2 - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= \sqrt{x^2 - 3} = \sqrt{g} \\
 y' &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{g}} g' \\
 y' &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3}} 2x \\
 y' &= \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3}}
 \end{aligned}$$

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9		Bri	Dokumenterstellung
1.0	21.11.2004	Bri	EDV-Satz des Dokuments
1.1	21.05.2005	Bri	Adressänderungen aufgrund Domainwechsel
1.2	19.10.2005	Bri	Fehler in Produktregel beseitigt