

Rechtwinklige Dreiecke

Tobias Brinkert
eMail: <t.brinkert@semibyte.de>
Homepage: <www.semibyte.de>

17.11.2005
Version: 1.0

Inhaltsverzeichnis

1. Satz des PYTHAGORAS	1
2. Kongruente und ähnliche Dreiecke	2
Literatur	3

1. Satz des PYTHAGORAS

Der Satz des PYTHAGORAS ist wohl der bekannteste Lehrsatz in der Mathematik und wird PYTHAGORAS¹ und seinen Schülern zugeschrieben. Er beschreibt den Zusammenhang der einzelnen Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks.

Bei einem rechtwinkligen Dreieck werden die beiden Seiten, die den rechten Winkel bilden, als Katheten und die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, als Hypotenuse bezeichnet.

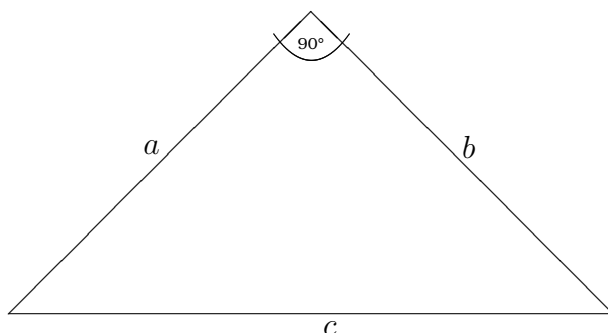


Abbildung 1: Rechtwinkliges Dreieck

Satz 1 (des Pythagoras) *In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c gilt:*

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (1)$$

¹**Pythagoras:** * um 570 - † um 500 v. Chr.; wirkte in Kroton in Unteritalien; lehrte Zahl und Maß als Wesen der Dinge, fand die Gesetze harmonisch schwingender Saiten. [Bro04]

Beweise hierfür sind von EUKLID² und von dem Hindu BASHKARA überliefert. Nach logischen Zusammenhängen der Sätze fragten bereits die griechischen Mathematiker und verlangten *Beweise* hierfür – wobei nicht alle Sätze bewiesen werden konnten und dann als *Axinom* galten. Dieser Schritt war eine Revolution in der Betrachtungsweise. EUKLID faßte in seiner Arbeit »Die Elemente« die Ergebnisse der Geometrie seiner Zeit zusammen und sie wurden bis ins 19. Jh. als Grundlage des Mathematikunterrichts verwendet. Die Unklarheiten und Lücken von EUKLID wurden von David HILBERT³ geschlossen. HILBERT wies insbesondere darauf hin, daß die Lehrsätze nur in solchen Bereichen gelten, in denen die Axinome wahr sind.

René DESCARTES⁴ sah die Geometrie nicht mehr als eigenständige Theorie, sondern beschrieb sie als »rechnerisches Problem« in einem Koordinatensystem. Hiermit kann man die Geometrie analytisch auf Grundlage der reellen Zahlen beschreiben und wird heutzutage für die Beschreibung der Geometrie verwendet. Der Satz des PYTHAGORAS ergibt sich dabei direkt aus der Definition des rechten Winkels.

2. Kongruente und ähnliche Dreiecke

Werden Original und Bild in einem Maßstab von 1:1 gezeichnet, so können diese *kongruent* sein, wenn die Bedingungen im Satz über *kongruente Dreiecke* zutreffen. Bei einem anderen Maßstab sind sie maximal *ähnlich*, wenn die Aussagen aus dem Satz zu den *ähnlichen Dreiecken* zutreffen.

Satz 2 (über kongruente Dreiecke) *Folgende Aussagen sind für zwei Dreiecke Δ und Δ' äquivalent:*

1. *Man kann Δ durch Verschieben und Drehen oder Spiegeln mit Δ' zur Deckung bringen.*
2. *Δ und Δ' stimmen in den Seiten(längen) und den Winkeln (besser Winkelmaßen) überein.*
3. *Δ und Δ' stimmen in den drei Seiten überein.*
4. *Δ und Δ' stimmen in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel überein.*
5. *Δ und Δ' stimmen in zwei Seiten und dem Winkel, der der größeren von beiden gegenüberliegt überein.*
6. *Δ und Δ' stimmen in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln überein.*

In jedem dieser Fälle heißen Δ und Δ' *kongruent*

²**Euklid:** griech. Mathematiker, † um 300 v. Chr. [Bro04]

³**David Hilbert:** dt. Mathematiker, 1862 – 1943; arbeitete u. a. über Zahlentheorie, math. Physik, Relativitätstheorie. [Bro04]

⁴**René Descartes:** lat. Cartesius, frz. Philosoph, Mathematiker, 1596 – 1650; erster kritischer und systematischer Denker der Neuzeit. Als Mathematiker war er Schöpfer der analytischen Geometrie. [Bro04]

Satz 3 (über ähnliche Dreiecke) Äquivalente Aussagen für die zwei Dreiecke Δ und Δ' sind:

1. Man kann Δ durch eine zentrische Streckung und nötigenfalls verschieben, drehen und spiegeln mit Δ' zur Deckung bringen.
2. Δ und Δ' stimmen in allen Winkeln und allen Seitenverhältnissen überein.
3. Δ und Δ' stimmen in den drei Winkeln überein.
4. Δ und Δ' stimmen in einem Winkel und dem Verhältnis der anliegenden Seiten überein.
5. Δ und Δ' stimmen in dem Verhältnis zweier Seiten und dem Winkel, der der größeren (d. h. nicht-kleinere) von beiden gegenüberliegt, überein.
6. Δ und Δ' stimmen in allen Seitenverhältnissen überein.

In jedem dieser Fälle heißen Δ und Δ' *ähnlich*.

Literatur

- [Bro04] BROCKHAUS; REDAKTIONELLE LEITUNG: DR. ANNETTE ZWAR: *Der Brockhaus in drei Bänden*. CD-ROM zur Buchausgabe, 2004
- [Ger93] GERHARD CLAUS: *Brückenkurs Mathematik für Mathematiker und Ingenieure*. Bd. Kurseinheit 2: *Reelle Zahlen und wie man sie beschreibt*. FernUniversität in Hagen, Fachbereich Mathematik, 1993

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
1.0	17.11.2005	Bri	Dokumenterstellung